HOF 01-079

本田財団レポートNo.79

「フラクタル，認識と印象の統合」

エール大学教授，IBM名誉フェロー　ブノワ・B・マンデルブロー

■**Personal History**

1924 Born in Warsaw, Poland.

1947 Ingénieur de I'Ecole Polytechnique, Paris, France.

1952 D. Sc in Mathematics, University of Paris, France.

1953～54 Member, Institute for Advanced Study, Princeton, N. J. USA.

1955～58 Junior Professor of Mathematics, Université de Genève. then Université de Lille and Ecole Polytechnique.

1958～93 Research Staff Member (IBM Fellow after 1974) IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, N. Y. USA.

1987～ Abraham Robinson Professor of Mathematical Sciences, Yale University, New Haven Conn. USA.

● In addition, Dr. Mandelbrot has visited Harvard University repeatedly, as a Visiting Professor of Economics, later of Applied Physics and then of Mathematics, and has visited other institutions as well.

■**Awards**

1985 Barnard Medal for Meritorious Service to Science, "Magna est Veritas" : USA National Academy of Sciences and Columbia University.

1986 Franklin Medal for Signal and Eminent Service in Science: The Franklin Institute, Philadelphia Pa.

1988 Charles Proteus Steinmerz Medal: IEEE Chapter and General Electric Corporation, Schenectady N. Y.

1988 Senior Award (Humboldt Preis) : Alexander von Humboldt-Stiftung, Bonn, Germany.

1988 "Science for Art" Prize: Fondation Moët-Hennessy-Louis Vuitton, Paris.

1989 Harvey Prize for Science and Technology: Technion-Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.

1993 Wolf Foundation Prize for Physics: Wolf Foundation of Israel to Promote Science and Art for the Benefit of Mankind.

● Excerpt from Wolf Prize citation "has changed our view of nature." He belongs to the U. S. National Academy of Sciences, to the American Academy of Arts and Sciences and the European Academy.

■**Pubications**

1982 The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman & Co.

■**略歴**

1924 ポーランドのワルシャワに生まれる。

1947 フランス、エコール・ポリテクニックを卒業。

1952 フランス、パリ大学で学位(数学博士)を取得。

1953～54 アメリカ、プリンストン高等研究所研究員。

1955～58 ジュネーブ大学数学科助教授、リール大学及びエコール・ポリテクニック助教授を歴任。

1958～93 IBM・トーマス・J・ワトソン研究所研究員。(1974年よりIBMフェロー)

1987～ アメリカ、エール大学数学科教授。

● この他にハーバード大学で経済学、応用物理学及び数学の客員教授を務めたほか、その他の研究機関でも講師、客員教授を歴任した。

■**主な受賞歴**

1985 米国国立科学アカデミー及びコロンビア大学、バーナード・メダル。
「マグナ・エ・ヴェリタス」

1986 アメリカ、フランクリン研究所、フランクリン・メダル。

1988 アメリカ、IEEEチャプター・アンド・ジェネラル・エレクトリック社、チャールズ・プロテウス・シュタインメッツ・メダル。

1988 ドイツ、アレクサンダー・フォン・フンボルト財団、フンボルト賞。

1988 フランス、モエ・ヘネシー・ルイ・ヴィトン財団、「芸術科学」賞。

1989 イスラエル、テクニオンーイスラエル・先端技術研究所、ハービー科学技術賞。

1993 人類の利益のための科学及び芸術の促進を目指すイスラエル・ウルフ財団、ウルフ財団物理学賞。

● ウルフ財団物理学賞の表彰状には、「我々の自然に対する見解を変えた」との言葉が記されている。現在、米国国立科学アカデミー、米国科学芸術アカデミー、及びヨーロッパ・アカデミーに所属。

■**代表的な著書**

1982 The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman & Co.
(日本語版:「フラクタル幾何学」広中平祐監訳　日経サイエンス社発行)

フラクタル、認識と印象の統合

1994年11月17日ホテルオークラにて行われた
第15回本田賞授与式に於ける記念講演

1994年度本田賞受賞者

エール大学教授、IBM名誉フェロー

ブノワ・B・マンデルブロー

大使閣下、本田財団理事長、本田夫人、さらに、ご来賓の皆さん、本田賞は私のかなめの仕事に対する賞であり、特に心に刻むべき名誉であります。私は一学問分野とか一国の代表ではありません。実際、私はポーランド生れで、受賞の対象となった仕事をアメリカで行ったフランス人です。私の真の知的活動の源はこの賞に選んで下さった学際的な領域なのです。私が創始したフラクタル幾何学は幾つかの既に完成した分野にも影響を及ぼしました。フラクタル幾何学が一学問分野になるとは決して思っていませんでした。あるものは生態に、また他には工学技術にと私の興味は広範なのですが、それらが強く関係していると多くの方が関心をもって下さる様な良心的に組織化された社会に育ちました。実際に、私の専門的な興味は遥か遠回りをして、芸術から数学にまで広がっています。(それ故、趣味に廻す余裕を残せなかったし、その必要性も感じなかった。) フラクタル幾何学は人によって違った受け取られ方をします。中には極めて高尚な解釈もある：フラクタル幾何学は我々の文化、いや人類の全ての文化に対する大変古い時代からの根本的な見方・認識を、近代数学的にそしてグラフィックに具象化したものであります。暗々裏に聖書に述べられている問題から始めましょう。King James版の創造の第1節に

"初めに、神は天地を創造された。
地は混沌であって.....
神は言われた、「光あれ。」こうして、光が生じた.....
神は大空を作った、.....そして大空があった.....
神は言われた、「.....乾いたところが現われよ。」それで陸地ができた。"
と書かれている。[1)]

結局、光の存在が光学を生み、大空の存在が天文学を生み、土地の存在が地質学を生んだ。そして他の科学は、創生期のずっと後の時期に多くの同様の脈絡で起こったのです。

また天と地のほとんどが無秩序で、それらは形が無かった。オリジナルのヘブライ語では tohu va vohu と言います。

私の学者人生の大半は tohu va vohu の中の秩序の要素を捜し求めるのに費やされた。やがてそれらの要素は私がフラクタル幾何学と呼んだ範疇に入れられた。

神秘的な話から単刀直入にわかる際立った話に移ろう。例えば、画家ユージン・ドラクロア（1798-1853）が1850年に辞典ブリタニカに書いた言葉を考えよう。

“スエーデンボルグは彼の自然に関する理論の中で、 肺は無数の小さな肺から、肝臓は無数の小さな肝臓から、脾臓は無数の小さな脾臓から成り立っていると述べています。この素晴しい観察が無かったとしても、私はずっと以前にこの真実に気付いていました。木の枝がそれ自身小さな木であると私はしばしば言っていました。岩の破片は、巨大な岩に、地球粒子は無数の地球の積み重ね[2)]に、似通っています。誰もがそのような類似性を見つけられると私は信じています。羽毛は100万本もの羽毛から成り立っているのです。”

マッターホーンに初めて登った探検家で著書“アルプス登攀記”（1860-1869）の著者であるエドワード・ウィンパー（1840-1910）による二、三の言葉に続けよう。[3)]

“…岩…片が往々にして崖の特徴的な様子を表わしていることに注目すべきである。もし山全体がだいたい均質であるならば、そのように見えるはずはないのだが。小さい形を形成する原因が大きいものを形成する。即ち、霜と雨に作用する影響がその部分と同様に、全体にも影響し形を決める。”

ドラクロアとウィンパーによるこれらの引用文に２番目の基本主題である自己相似性が導入されている。

２つのからみ合っている思考の糸、つまり自然に見られる乱れと自己相似性から私が考え築き上げたフラクタル幾何学は、一つの学問分野の、もっと正確には知と感覚の学問の一つです。

最も形式的に言えば、フラクタル幾何学は、主目的が物理学、地球物理学や他の科学を援護することである数学における野心的成果であります。しかし、この

ゴールに達するまでの過程において フラクタル幾何学は、猛烈に視覚に依存しているという特徴を持っています。

子猫とは反対に人間の赤ん坊は目を開いて生まれ、視覚で学び始めるのです。多くの学習は経験から生まれ、いかなる理論も必要としないのです。しかし多くの場合、理論は大変助けになり、少なくとも大いに影響を及ぼします。E. バーナード 宛のセザンヌ (1839-1906)の手紙(1904年4月15日付)にある次の言葉が示しています。[4)]

“正しい透視法でもって自然を円柱、球および円錐の集合として取り扱えば、物体の辺や平面が中心の点に向くでしょう。”

この言葉のせいではないが、私は多くのセザンヌの絵を賞賛します。さらに、理論なしでは鑑賞することも出来ないという危険性を躊躇することなく認めます。理論が異なれば、美術では異なる形式に至るのです。しかし、セザンヌの仕事は、私に古い技術の不愉快な響をもたらします。彼の言葉と私との不一致は私の本(The Fractal Geometry of Nature)の初めに強調されています。[5)]

“幾何学はなぜ“味気ない”とか“つまらない”としばしば言われるのだろうか？雲、山、海岸線あるいは木の形を記述できないことが理由だろうか。雲は球形でない、山は円錐形でない、海岸線は円形でない、そして樹皮は滑らかでなく、稲妻も真直ぐに伝播しない。”

“より一般的に言って 自然の多くのパターンが大層不規則で、そしてばらばらであり、ユークリッド幾何学(私が標準の幾何学全体を指すために使う古いイギリスの言葉)と比較して、自然は複雑さが単に高度だというのではなく全く異なるレベルであることを表していると主張する。自然にあるパターンのいろんな長さを表わす数はほとんどの目的に対して無限である。” この形の存在こそが、‘アモルファス’の形態を調べる際に‘形のない’ものとしてユークリッドが傍らに放置した形態の研究に私を仕向けた。”

“私はこの挑戦に答えて、自然の新しい幾何学を考え、発達させて、そして多くの広い領域の分野に用いた。我々のまわりの多くの不規則な、ばらばらのパターンを記述し、私がフラクタルと呼ぶ一群の形を分類することによって理論として確立した。”

私の経験によれば、また、多くの話で確信していることでもあるが、フラクタルを知った人は世界を見る目が異なって来る。これはいくつかの異なるレベルで

起きる。最近の物理学の評価では、"我々の自然の見方を変えた" と私を引用するとき、物理学者の著作で表現される自然の見方を差している。しかし、カメラマンである友人がフラクタルは自然の見方を変えるだけでなく、寓話的にではなく文字どおりの意味で人がイメージをもてるようにしてくれたと私に言っている。

瞬間的に見たとき、フラクタル幾何学はその現実的な顔に加えて、完全に表現できないような顔をもっている。フラクタルとは幾何学の形の一族であって、そしてその幾何学的形態を理解するためには、形を見なければならないと思いがちであった。幾何学は単に視覚的な構成要素を持たなければならないことが忘れられがちであり、多くの著書でこれが無視されていることが非常に有害であると分かってきました。

好都合なことにフラクタル幾何学は言語と同様に見なされており、それを用いることによってその価値が明らかにされた。"実用的な" 応用は別にして、芸術と純粋数学では詩的に用いられている。材料科学の諸分野や工学のそのほかの分野では実用的な散文の例として用いられている。とくに数理物理学に関連する物理の理論では、詩と高度の散文を結合させたもののごとく用いられている。

科学の夜明けにガリレオ・ガリレイが Il Saggiatore（偽金鑑識官）(1623) に書いた素晴しいテキストを思い出しましょう[6]：

"私は宇宙について語っているのであるが、この偉大な本には哲学が書かれている。そしてそれは絶えず我々を熟考させ続ける。しかしそれはその言葉を学び、書かれている文字に精通するまで読むのは難しい。それは数学の言語で書かれ、そしてその文字は三角形、円形や他の幾何学的な形状である。それなしではそれのたった一つの言葉を理解することも無理であろうし、それなしでは暗い迷宮を無駄に歩き回るだけである。"

我々は皆全ての定量的な科学はこの文字に基づいて築かれていることを知っている、そしてこれらの文字がユークリッド幾何学に属することを我々誰でも知っている。さらに、我々はこの幾何学が惑星の運動や地球上の石の落下に始まる我々のまわりの世界を記述するに必要であるという点では皆ガリレオに同意する。

しかし、それで十分なのであろうか？図１は本当の山を表わしているようでありますが、しかしそれは写真でも、絵でもないのです。数学的な贋物、つまりコンピューターによる偽造であります。それは完全にフラクタル幾何学の数学的な式に基づいています。図２に示された雲の絵も同様です。

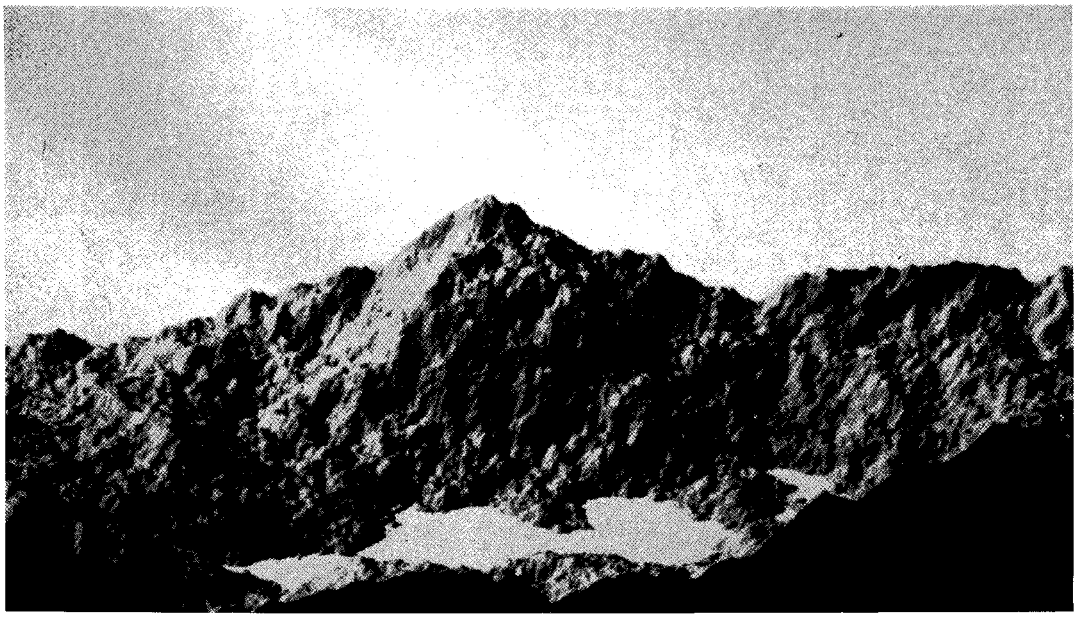


図１　人工的に創造されたフラクタルな景色(R.F.ボス)

図２　人工的に創造された雲(S.Lovejoy及びB.B.マンデルブロ)

図１と図２の興味深い、重要な特徴は両方共純粋数学で知られていた公式を改めて適応していることであります。フラクタル幾何学のおかげで、物理学とはあまりにもかけ離れ“病的であると”見られがちであった様々な数学的対象が自然を勉強するために適した道具であると判ってきた。

フラクタルのモデルの成功例は意外性があり興味津々でもあります。フラクタルの生成公式は、スター・トレークII(カーンの逆襲)[7]で使われています。このフィ

ルムを見た多くの人々が、惑星が創生期に出現するのを知るのですが、この惑星が フラクタルであることに助言なくしては誰も気付かないでしょう。言われれば、これらのフラクタルモデルを十分速く計算できるように、ルーカスフィルムによって用いられた特別な工夫に気付くでしょう。しかし、我々はこの欠点に我慢している必要はありません。フラクタルを含むフィルムがかつて出会うことの期待出来なかった2つの活動、つまりその一方は数学と物理であり、他の一つはポピュラーな芸術でありますが、この間に橋を作ったと言う事実が遥かに興味あることであります。

さらに一般に、初期の段階に私が非常に驚異に思い、しかもその驚異の源であり続けているフラクタルの一特性は人々が深く感情的にフラクタルに反応したことにあります。人々はフラクタルを好むか、嫌うかであるが、どちらの感情も、ほとんどの人々が古典幾何学に対して感じる退屈さとは完全に隔絶しているのです。

ユークリッド幾何学について何も悪く言わないつもりだったのですが少し述べましょう。私はユークリッド幾何学を愛しています。そしてそれは生徒や学生と同様に私の生活の重要な部分であったのです。事実、混沌とした学校教育にもかかわらず、学者として生き残っている主な理由は、公式を用いて計算する際、技能の不足を覆うために、幾何学的直観力を使うことができたからであります。フラクタルな形は、ユークリッドのそれと同様に全く幾何学的であります。しかし、それは幾何学には期待されてもいないような感情を呼び起こしています。

さて、我々のまわりの世界の幾何学から決定論的カオスの本来の幾何学へ移りましょう：それはたまたま山と雲を記述する本来の幾何学と同じです。ユークリッドのそれに加えていくつかが必要とされるかもしれないので、たった1つの新しい幾何学だけを必要とすること自体素晴しいことでありますが、実はそうでなく、フラクタル幾何学は両方の役割をします。それが山や雲の形の描写をするのに適した言語というだけでなく、カオスの幾何学的側面を記述するのにも適しています。

例として、 図3は私の名前が付された集合からの一部分を非常に拡大したものです。ここでマンデルブロ集合の一部分が24桁の数であるアボガドロ数に匹敵する比率で拡大されています。何故この特有の数を選ぶのか？　それが実用的な数で、非常に大きい数であるだけでなく、非常に大きな拡大率は 数年前に導入されたI.B.M.コンピューター上での4倍精度の計算を試す良い機会を与えたから

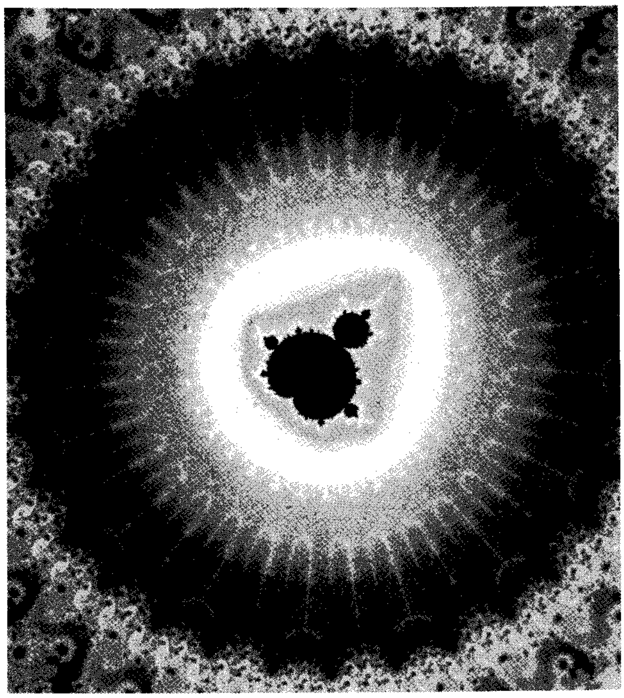


図3　マンデルブロ集合の断片(R.F.ボス)

です。(それらは検査に合格しました。現実的な応用も実行しながら純粋科学を正当化することが非常に愉しいのです。)もし全マンデルブロ集合が同じスケールであったならば、それの終わりはシリウス星の近くのどこかでしょう。

中心近くの黒い“虫”の形は全マンデルブロ集合の形を示す 図12の白い中心部分の虫とほとんど同じです。集合の至る所にほぼ同一の虫を見い出すことは幾何学の秩序の正しさの証拠です。一方、周囲のパターンは焦点を合わせた点に非常に依存します。その変化度は多様性の象徴であり、カオスの象徴でもあります。

図4で示された形はわずかに異なる式によるマンデルブロ集合です。この形はフラクタル幾何学の全く驚くべき、且つ、非常に満足できる側面を強調するために再生されたものです。多くの人々はフラクタルの美しさに注目しました。しかしこれらの形は最初は、科学の世界で、どのように世界が静的に(山の様な形態で)且つ動的に(カオス、奇妙なアトラクタ等の言葉で)統一されるかを理解するために発展しました。言い換えれば図1から図4に示されている形は美しくあるべしとは意図されていなかったのです。この美しさは当然多くの問題を惹起しました。最も重要な問題は単に何故?であります。事実は視覚的な知覚システムについての何かを我々に告げているはずです。

図1から図4の構造は非常に豊富で、私も夢中になったのです。ここから話を始めよう。その構造は非常に豊富であり、これらの図だけではフラクタルのすべ

図4　変形マンデルブロ集合の断片
(B.B.マンデルブロ)

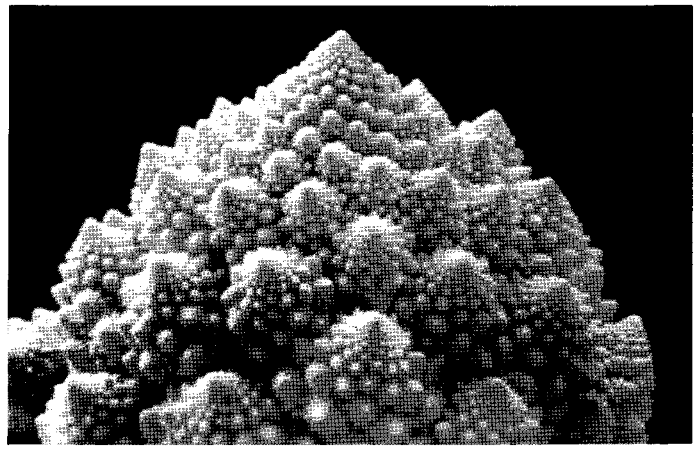


図5　ロマネスク風のカリフラワー(R.石川)

ての主要な特徴を説明するには充分ではありません。最も基本的な原則が自然のそのものの写真を少し変えて複製した図５に明瞭に示されています。皆さんはロマネスク風の様々なカリフラワーをご覧になるでしょう。ひとつひとつの芽がまぎれもなく全体のようで、ひとつの芽はさらに小さい芽に分けられ、次々といつまでもそれを続けることができる。５段階まで繰り返された同様の構造は、皆さんが手で作ることができ、眼で見ることが出来るでしょう、しかしそれ以上では拡大鏡か顕微鏡でしか見えないでしょう。

最近まで科学者はこの“階層構造”の性質に注意を払いませんでした。この種の植物の形に対する最初の反応は、芽の中の芽ではなく芽によって形作られる螺旋に焦点が合わされました。この関心は黄金律(そしてフィボナッチ級数[8])と植物が螺旋状になる理由の間の関係についての広い知識を導きました。芽の階層構造は我々にとってそれがフラクタルの不可欠な考えを具現しているので重要です。

さらに、フラクタルが何であるかについて取り組む前に、フラクタルでないものを考察しましょう。幾何的な形をとり、その詳細について調べます。つまり、小さい部分をとりあげ、もとの大きさ程度に大きくしましょう。もし我々の形が標準の幾何学に属するならば、いくら拡大しても滑らかのままであることはよく知られています。逆に、私が示してきた形は局所的に直線ではあり得ません。実際、それらはもし他のものだと証明されなければ、“幾何学的に混沌”であると言われます。科学の一大中心圏から相当異なる方向で、幾何学のカオスの一種が1875年から1925年の半世紀の間に知られてきました。技術が益々綿密になるにな

るにつれて、自然に対して関心を示さない様にしてきた数学者が、幾何学的な形状にある粗さが必ずしもなくならないという事実に気づく様になってきました。その粗さは一定となるか、無限に上下に変化するかが考えられます。しかしながら標準的幾何学は強力に把握され、結果として得られた形が自然のモデルだと認識されるどころか逆に、奇怪で病的であると見られてきた。さらに、この様な集合の発見の後、数学はますます普遍性への道を進みました。

科学は絶えず普遍性の欠如と過剰という2つの危険性の間を行き来しなければならない。両極端の間で、ものごとを正しく行なうために必要で最適な規準を見つけなければならないのです。ユークリッド幾何学の過度の秩序と最も一般的な数学の本当の幾何学的カオスの両極端の間で、“組織化された”または“秩序のある”幾何学的カオスの中間地盤はあるのでしょうか？そのような中間の地盤を与えるのがフラクタル幾何学の野心であります。

何故フラクタルが数学の最も一般的な形より遥かに特別かという理由は、それらは拡大及び縮小、またはそのいずれかの下で不変という“対称的な変換”で特徴付けられるからです。広い意味で、数学的かつ自然なフラクタルは、その粗さや小片が、消えることもゆらぐこともなく、どんどん拡大して詳細がさらに綿密に観察されても、本質的に不変のままであります。それ故どの断片の構造もが全体の構造の鍵となっているのです。

この内容は図1から図5よりも遥かに簡単な図6に正確に具現されています。

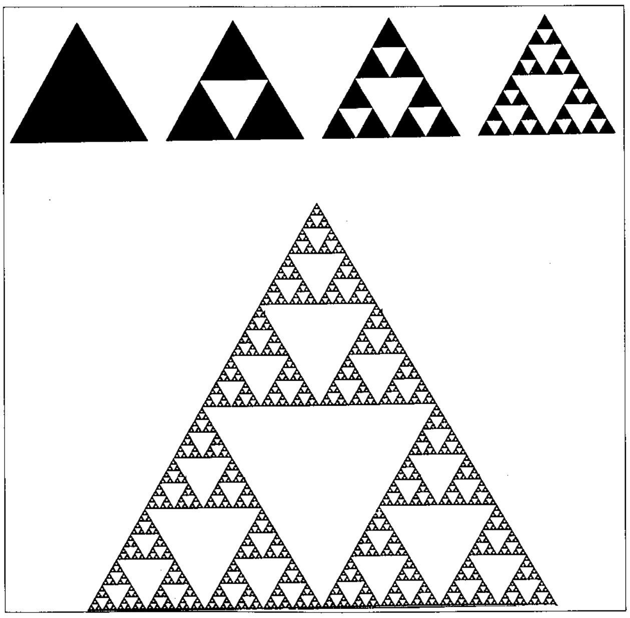


図6　シルピンスキー・ガスケット。初期の数回とさらに後の構造。

冗談を交え私はそれをシルピンスキー・ガスケットと呼んだのですが、冗談通りの名が付いてしまいました。

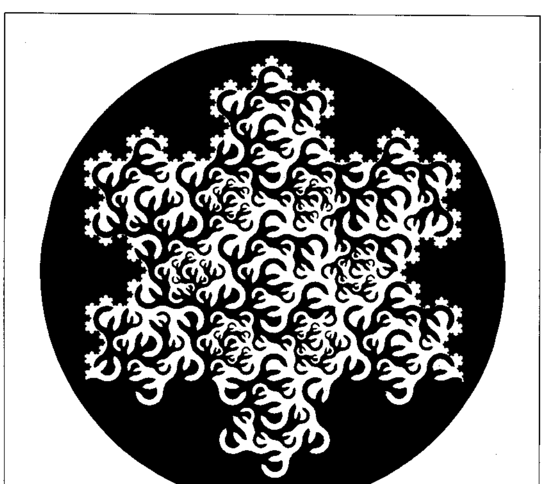
4つの小さい図は図の始めとその最初の3回の操作を示しており、一方、大きい図はそのずっと先を示しています。描き方の基本的なステップは、与えられた三角形(黒)を4つの小さい三角形に分け、中央の三角形を消す(白くする)ことです。このステップは最初に1辺が1の全体が黒い三角形に対して適用され、1辺が1／2の黒い三角形となる。このプロセスはフラクタル構造を作るのに広く使われている連続的削除法と呼ばれる形式に従って続けられます。

非常に先のステージの図を調べると、3つの小さいガスケットの各々は単に全体を1／2にしたものに明らかに重ねることが出来ます。こういうわけで、フラクタルなガスケットは、正確な、または線形な自己相似性を持つと言われます。

“自己相似”という言葉は1964年の私の論文に初めて使われたと思っています。以前、哲学者エマーソン(1803-1882)がそれを一度使っていることを知っています。その考え自体は明白で、かつ非常に古いのですが、その後、何故その言葉が使われなかったのでしょうか？　理由は、形が自己相似であることを見い出すことが私の仕事以前は重要でなかったことです。例えば、シルピンスキーは、自己相似性の唯一の美徳が図を書くのに多くの説明を要しないという(ずっと忘れられていた)理由で、“彼の”形を調べていました。

何故自己相似性が重要になったのだろうか？図1から図5は正確ではなく（明らかではあるが！)、統計的な意味で自己相似であります。

(a)



(b)

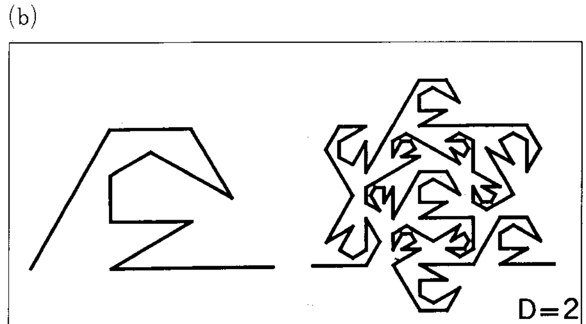


図7　マンデルブロのペアノ曲線(B.B. マンデルブロ)。これは魅惑的であるので載せた、特に説明は加えられていない。

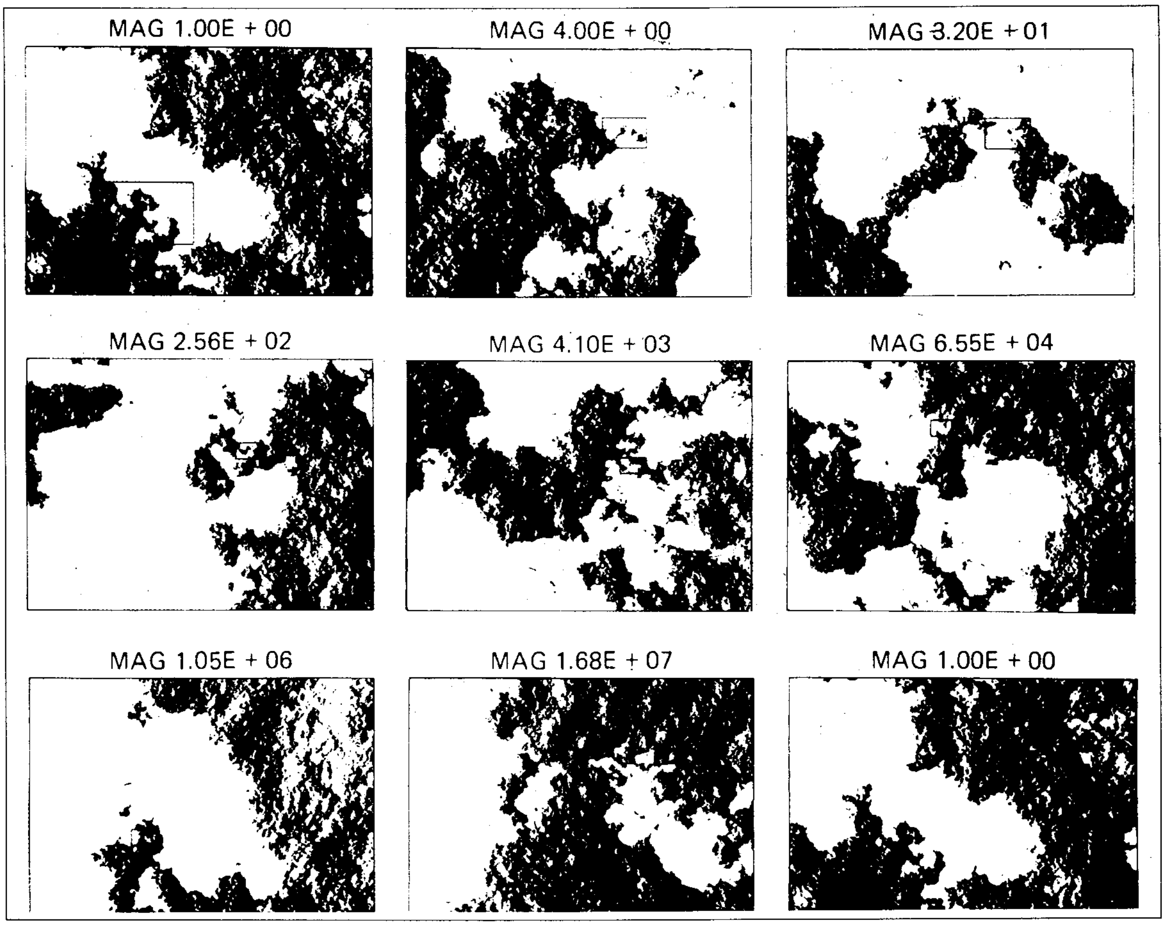


図8　人工的に創造されたフラクタルな景色の拡大。最後の図が最初の図に戻っている。(R.F.ボス)

フラクタル幾何学が非常に広範囲に発展して、そして学問としてそれを組み立てるために多くの時間が費やされた訳は地球のレリーフが自己相似であって、そして、同じことが多くの身の回りの他の形に当てはまるという経験的な発見(各々は別々の研究によって成立した)にあります。

これからフラクタル幾何学の研究を始める方にはシルピンスキー・ガスケットと同類の構造は重要であります。本当のファンならばこれを越えなければならないということを胆に命じておいて下さい。

乱雑さ（図1、図2と図5と同様に）や非線形性（図3と図4の様に）に基づく予想不可能な要素を加えれば、楽しみが始まります。非線形はカオスの、とくに決定論のカオスの新しい意味での重要な言葉であり、そして乱雑さは古い感覚でのカオスに対する重要な言葉です。この2つは非常に密接に結び付けられています。

図8は一連の完全に人工のランダムな景色を結合したものです。この絵の各々

の部分は前の絵の小さい黒い長方形の部分を大きくして詳細を書き加えて得られます。この手続きは漸化的補充と言われます。“拡大する” 各々のステップはもちろん前の景色と異なる景色を得ます。それはより詳細でありますが、同時に定性的に同じであります。連続した拡大操作は同じスケールで調べられた同じ海岸線の異なる部分であるかもしれない。しかし実はそれらは非常に異なるスケールで調べられた唯一つの点の近傍であります。はっきりと海岸線のこの様な連続的拡大操作が局所的には滑らかでなくなることは明らかです。

ここで、古代のギリシア人が地理学の文献にある “大きさ” を定義するとき経験する大困難の話をお話しましょう。サーディニア島がシティリア島より大きくはないと多くの文献で示されていますが、古代の船員がそのサーディニア島はそれらの大きい方であると主張した。その海岸線がより長かったので、周航するには時間がかかった。そこで図９を調べて、そして海岸線の長さについての概念を考えよう。周航に用いた船が大きいとき、船長は幾分短い長さを報告するでしょう。ずっと小さい船はより岸へ近づいて、より長い曲線に沿って舵をとるでしょう。海岸線を歩いている人はさらに長い長さだと言うでしょう。さて、サーディニア島の海岸の本当の長さは幾らでしょうか？　問題は簡単で、愚かな様でありますが、それは意外な答えを持っていることが分かります。その答えは “唯一の答えではなく、多くのことに依存する” であります。海岸線の長さは大きい船で周航するか、小さい船で周航するかに、また、海岸線に沿って歩くか、また地図

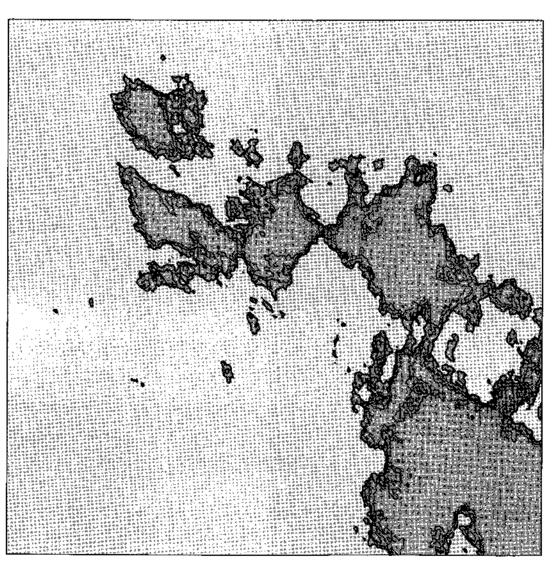


図９　人工的なフラクタル海岸線
（B.B.マンデルブロ）

上の海岸線を測定するためにディバイダーを用いるかまた他の道具を使うかに依存します。

この例により学校がユークリッド幾何学を教えることによって課している精神的構造への異常な影響力を理解出来るでしょう。全く幾何学を理解してなかった多くの人々でも、どの曲線も唯一の長さを持つのだと期待する程に教え込まれてきました。私が興味を持っている曲線に対して、理論的な長さが無限であり実際の長さは測定方法に依存するので、学校で教えるには良くないことでしょう。凸凹の多い海岸線ではその測定値は長くなり、粗さの概念を勉強することが必要となります。

客観的に言って粗さを測定する作業が非常に難しいことが分かっています。金属学の様に粗さを必要とする人々が統計学を研究する友達に彼等が測定して粗さと呼ぶことができる数値についてよく質問しています。次の実験を考えましょう。最高に一様だと規準局が保証する金属の破片から鋼鉄のいろいろなサンプルを取り上げましょう。幾つかのかけらを取りだし、細かく砕き、統計の本に従って、一片一片の粗さを測定すると、完全には一致しない値を得るでしょう。

一方、一般に整数ではないが、非常に正確に測定することができるフラクタル次元と呼ばれる量によって粗さが矛盾なく測定されることを説明しましょう。金属の同じ塊から多くの試料を調べて、どの試料に対しても同じ次元を見い出しました。

“次元”と呼ぶ理由は、同じ方法が点、線分、隙間のない正方形および立方体に適用することができ、これらに対して良く知られた値（次元） 0、1、2と3を与えることです。しかも、フラクタルに適用すると、測定値は整数でない値を与えます。

フラクタル幾何学は自然の新しい側面の発見と研究にいよいよ価値がある道具であることが分かってきました。拡散律速凝集(DLA)はランダム成長の1つの形式であります。DLAクラスタは図10の中央にあります。それは複雑さをまごつかせたような木の形で、焼け跡が形成される方法、どのように水が岩を通り抜けるか、どのように割れ目が固体に広がるかとか稲妻が如何に走るかのモデルとなります。

成長がどのように続けられるか見るために、非常に大きいチェス板をもってきて、そして中央の正方形に動くことを許されない女王を置きます。板上の4方向

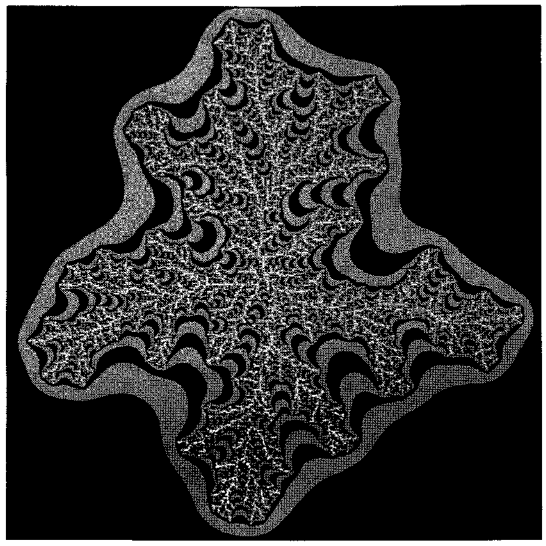


図10　等ポテンシャル曲線によって囲れた拡散律速凝集のひとつのクラスタ
(C.J.G.エバーツおよびB.B.マンデルブロ)

のどちらにでも移動の許されたポーンが板の縁上でのランダムな出発地点から解放されて、そしてランダムな歩行、即ち、酔漢の歩行を行なうよう指示されます。各々のステップの方向は等しい確率で選ばれます。ポーンが女王の位置の隣の正方形に達したら、新しい女王になり動かなくなる。その結果、女王の集合は蜘蛛の形よりは、むしろ分岐が出来る。

全く意外なことに、大型コンピュータ・シミュレーションが、DLA クラスタはフラクタルであることを示した。それらは大体自己相似であり、すなわち、その小さい部分は大きい部分のほぼ完全な縮小版であります。しかし、クラスタはランダムな線形の自己相似性からずれており、将来興味ある挑戦を受ける問題です。

DLAが重要であることの１つの理由は、それが滑らかさとフラクタル性との間の境界線に関係していることであります。ランダムから決定論的カオスに、また物理的な物体から想像上の物体に再び戻って、ジュリア集合を考えよう。変らないことは我々が滑らかな線で囲まれたスパイク状の集合を扱うことであります。

図11は“内部の詰まったジュリア集合”の例です。これは簡単な関数 z^2+c の反復操作によって作られます。反復操作とは上の計算で得られた結果を新たに z とおき次の計算のzとする。zとc が複素数であるので、負の数にもなる。黒い部分の外側の点から始めると、反復操作は無限に続くが、もし内側から始めたならば、無限に反復操作することに失敗するでしょう。黒と白の境界線がジュリア曲線と呼ばれる。それはおおよそ自己相似であります。非線形の変形の為、各々の塊はより大きい塊と全く同一でない。反復操作が自己相似のどのような形でも、

全く自発的に創造することは驚異であります。

フラクタルな山の研究と同様に、コンピュータは反復操作による研究にとって不可欠であります。フラクタル構造全体は見たところあまりにも複雑で手で書くことなどは到底できそうもない。もし、人手を使ったら、一つのフラクタルな絵を作成するのに百人でやっても何年もかかるでしょうし、最初に余程それが価値があると思わないかぎり、そんな膨大な計算を始める人さえいないでしょう。

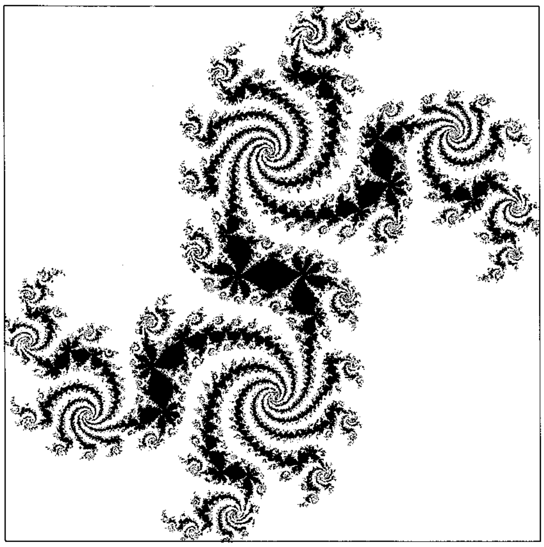


図11　写像 z^2+c に対する２次のジュリア集合。各々のしま馬の縞模様の境界は異なるＣの値に対応している(B.B.マンデルブロ)

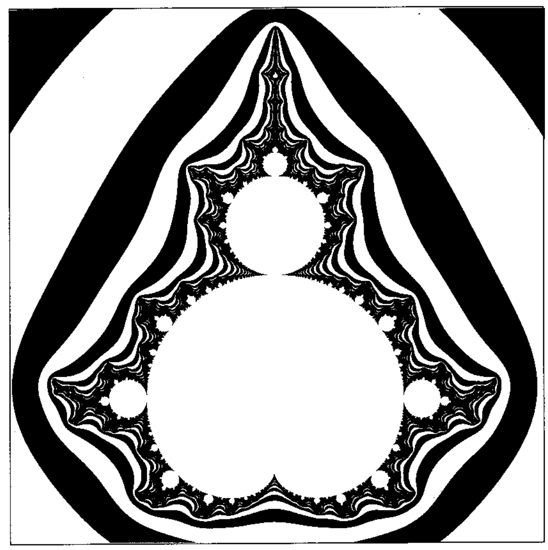


図12　等ポテンシャル曲線によって囲まれたマンデルブロ集合

1979年に私はコンピュータを使って見たのですが、その能力に精通していませんでした。それ故、例え、何が得られるか確かでなかったとしても、計算してみる価値はあると思いました。探索している内に図12の原始的な形式に導かれました。写像 z^2+c のジュリア集合が、ありとあらゆる形をとることができ、そして c のわずかの変化がジュリア集合を極端に変えることができる。私は全ての可能な形を分類するつもりだったのです。そして マンデルブロ集合M (図３が図12の一部分であることが分かる)として知られる様になった新しい形を思いついたのです。

Mの境界線の一部分を拡大すると、あなたがすでに見たものの反復に過ぎないことが分かるでしょう。この反復の要素が美にとって不可欠のものであります。しかし、美は変化も必要とするが、変化の存在ははっきりとしている。どんどん詳細を見れば、ますます複雑になることが分かるでしょう。全体の形は同じであ

が、微細構造はますます緻密になる。この特徴は故意に付与したという訳ではない。ここでは数学は作られるのではなく、発見されるのです。それは永遠であり続ける何かであり、式の簡単さとは対照的に z^2+c という数学が驚くほど複雑なことが分かるでしょう。どんどん詳細を見ると、集合 M は想像力を脅かす変化と結合した同じテーマの無限の繰り返しとの共存なのです。最初に私は性能の非常に低い黒白のスクリーン上のマンデルブロ集合を見た。そして絵は汚く見えた。その代わりに、泥のように見えたものを拡大したとき、非常に小さいが全体のコピーを見い出した。

図12において、マンデルブロ集合は中央の白い“虫”の部分です。それは表面が非常に粗雑ですが、M点から遠ざかるほど、縁がますます滑らかになる縞模様で囲まれる。この縞模様は図10と同様にラプラスの等電位線です。しかし、これは計算が遥かに楽であります。

もちろんこの紹介での黒白の図は美しい色刷りのものからは程遠いので、そちらを是非見て頂きたい。構造自体は色彩表現とは関係ないが、異なる色彩表現は構造上の非常に異なる面を強調する。色彩を用いることは、同じ高さの地域が異なる色に塗られた起伏地図に似ている。驚くべきことにビル・ハーストの黒白の写真は構造を明らかにしている。

この講演での幾つかの話題に筋を通すことにしよう。フラクタルはどのように“カオスから秩序を引き出す”のだろうか？カギは、私がコンピュータグラフィックのおかげでできた次の非常に驚くべき発見にある。

一般に、一瞬の間に済んでしまう程、フラクタルを作り出すアルゴリズムは非常に短い。これはアルゴリズムが“単純である”と言うことを意味しています。逆に出力されるフラクタルはしばしば非常に豊かな構造を示す。これ以前は、複雑な形を作り上げるためには複雑な規則が必要だと予想していた。

フラクタル幾何学をそのように今までとは違った振る舞いにしているのは何であろうか？　答えは非常に簡単です。アルゴリズムは再帰的で、そしてそれを実行するように書かれたコードは“繰り返し(ループ)”を含んでいる。つまり、基本的な命令は単純で、そしてその結果は容易に引き出される。

これらの単純な指示をくり返し、そして、もし例えばシルピンスキー・ガスケットのような古い単純なフラクタルを取り扱わなかったならば、この反復過程はどんどん複雑に変形する形を作り上げ、その成り立ちは容易に追跡することは出来

ない。その結果、素過程とは“定性的”に異なるものに到達する。これは多くの単純な素過程の蓄積として、“カオティックな”自然を描写し、説明したいと言う望み、あるいは夢そのものの実現であると一般に言えよう。

私はフラクタルな幾何学の幾つかの特徴を述べてきました。始めに述べたテーマに戻って終わりにしましょう。以前に受賞の対象となった私の仕事の一部分、それは単独の仕事に対してであったり、幾つかのまとめた仕事に対してであったが、この本田賞は私が学者生活で行なった全てに対しての広い学際的な領域のテーマに特に向けられました。もう一度, この本田賞を格別の宝として受けとり、この賞の関係者および本田財団に深い感謝の気持を表したい。

どうも有り難う。

訳：鈴木増雄　　東京大学大学院理学系研究科教授
宮島佐介　　中部大学理工学部教授

参　考　文　献

B.B. マンデルブロ(H. Freeman 1982 出版)著“自然のフラクタル幾何学”は主題に関する最初の包括的な本で、今でも最も基本的な参考図書であります。

訳　者　注

1）聖書（新共同訳 共同訳聖書実行委員会 1987）の出だしの文章である。本翻訳文を引用した。

2）太陽系や銀河系の様なクラスターが思い浮かぶ。

3）E. ウィンパー「アルプス登攀記」石一郎訳（世界教養全集22巻　平凡社　1968年）。

4）J. リウォルド編「セザンヌの手紙」（池上忠治訳　美術公論社　昭和57年）

5）B. B. マンデルブロ著「フラクタル幾何学」（広中平祐監訳　日経サイエンス　1985年）。

6）G. ガリレイ「偽金鑑識官」山田慶児、谷泰訳（世界の名著21巻　中央公論社　昭和48年）

7）テレビでお馴染みのSFドラマ。

8）1、2、3、5、8、13、....の様に前の2つの和が次の数である級数で、例えば、草木を真上から観察すると中心軸（茎または幹）の周りに順次位置を回転してずらしながら、葉または枝を出している所に1／2(1回転するあいだに2本)、2／3、3／5、....の様にフィボナッチ数が現れる。

本田財団レポート

No. 1	「ディスカバリーズ国際シンポジウム　ローマ1977」の報告 電気通信大学教授　合田周平	昭53.5
No. 2	異文化間のコミュニケーションの問題をめぐって 東京大学教授　公文俊平	昭53.6
No. 3	生産の時代から交流の時代へ 東京大学教授　木村尚三郎	昭53.8
No. 4	語り言葉としての日本語 劇団四季主宰　浅利慶太	昭53.10
No. 5	コミュニケーション技術の未来 電気通信科学財団理事長　白根禮吉	昭54.3
No. 6	「ディスカバリーズ国際シンポジウム　パリ1978」の報告 電気通信大学教授　合田周平	昭54.4
No. 7	科学は進歩するのか変化するのか 東京大学助教授　村上陽一郎	昭54.4
No. 8	ヨーロッパから見た日本 NHK解説委員室主幹　山室英男	昭54.5
No. 9	最近の国際政治における問題について 京都大学教授　高坂正堯	昭54.6
No.10	分散型システムについて 東京大学教授　石井威望	昭54.9
No.11	「ディスカバリーズ国際シンポジウム　ストックホルム1979」の報告 電気通信大学教授　合田周平	昭54.11
No.12	公共政策形成の問題点 埼玉大学教授　吉村　融	昭55.1
No.13	医学と工学の対話 東京大学教授　渥美和彦	昭55.1
No.14	心の問題と工学 東京工業大学教授　寺野寿郎	昭55.2
No.15	最近の国際情勢から NHK解説委員室主幹　山室英男	昭55.4
No.16	コミュニケーション技術とその技術の進歩 MIT大学教授　イシェル・デ・ソラ・プール	昭55.5
No.17	寿命 東京大学教授　吉川俊之	昭55.5
No.18	日本に対する肯定と否定 東京大学教授　辻村　明	昭55.7
No.19	自動車事故回避のノウハウ 成蹊大学教授　江守一郎	昭55.10
No.20	'80年代—国際経済の課題 日本短波放送専務取締役　小島章伸	昭55.11
No.21	技術と文化 IVA事務総長　グナー・ハンベリュース	昭55.12
No.22	明治におけるエコ・テクノロジー 山本書店主　山本七平	昭56.5
No.23	西ドイツから見た日本 電気通信大学教授　西尾幹二	昭56.6
No.24	中国の現状と将来 東京外国語大学教授　中嶋嶺雄	昭56.9
No.25	アメリカ人から見た日本及び日本式ビジネス オハイオ州立大学教授　ブラッドレイ・リチャードソン	昭56.10
No.26	人々のニーズに効果的に応える技術 GE研究開発センターコンサルタント　ハロルド・チェスナット	昭57.1
No.27	ライフサイエンス ㈱三菱化成生命科学研究所人間自然研究部長　中村桂子	昭57.3
No.28	「錬金術　昔と今」 理化学研究所地球化学研究室　島　誠	昭57.4
No.29	「産業用ロボットに対する意見」 東京工業大学教授　森　政弘	昭57.7
No.30	「腕に技能をもった人材育成」 労働省職業訓練局海外技術協力室長　木全ミツ	昭57.7
No.31	「日本の研究開発」 総合研究開発機構（NIRA）理事長　下河辺　淳	昭57.10
No.32	「自由経済下での技術者の役割」 ケンブリッジ大学名誉教授　ジョン　F.　コールズ	昭57.12
No.33	「日本人と西洋人」 東京大学文学部教授　高階秀爾	昭58.1
No.34	「ディスカバリース国際シンポジウム　コロンバスオハイオ1982」報告 電気通信大学教授　合田周平	昭58.2
No.35	「エネルギーと環境」 横浜国立大学環境科学研究センター教授　田川博章	昭58.4
No.36	「第３世代の建築」 ㈱菊竹清訓建築設計事務所主宰　菊竹清訓	昭58.7
No.37	「日本における技術教育の実態と計画」 東京工業大学名誉教授　斎藤進六	昭58.8
No.38	「大規模時代の終り—産業社会の地殻変動」 専修大学経済学部教授　中村秀一郎	昭58.8
No.39	「ディスカバリーズ国際シンポジウム　ロンドン1983」の報告 電気通信大学教授　合田周平	昭58.9
No.40	日本人と木の文化 千葉大学名誉教授・千葉工業大学教授　小原二郎	昭58.10

No.41	「人間と自然との新しい対話」 ブラッセル自由大学教授　イリヤ・プリゴジン	昭59.2
No.42	「変化する日本社会」 大阪大学教授　山崎正和	昭59.3
No.43	ベルギー「フランドル行政府産業使節団」講演会	昭59.7
No.44	「新しい情報秩序を求めて」 電気通信大学教授　小菅敏夫	昭59.7
No.45	「アラブの行動原理」 国立民族学博物館教授　片倉ともこ	昭59.10
No.46	「21世紀のエネルギーを考える」 イタリア国立エネルギー研究機関総裁　ウンベルト・コロンボ	昭60.1
No.47	「光のデザイン」 石井デザイン事務所　石井幹子	昭60.7
No.48	「21世紀技術社会の展望」 第43回日経ハイテクセミナー	昭61.1
No.49	「星をつぶす法」 文部省宇宙科学研究所所長　小田　稔	昭61.5
No.50	「ひまわりVA太陽光は人間の生活にどう役立つか」 慶応義塾大学教授　森　敬	昭61.5
No.51	「エコ・テクノロジーの宇宙的観察」 コーネル大学天文学および宇宙科学教授　カール・セーガン	昭62.2
No.52	「人間はどこまで機械か」 東京大学教授　古川俊之	昭62.2
No.53	「中国人とどのようにおつきあいすべきか」 東京外国語大学教授　中嶋嶺雄	昭62.2
No.54	「舞台の奥のヨーロッパと日本」 演出家　寺崎裕則	昭62.5
No.55	「日米関係の現状と展望」 経団連特別顧問　大河原良雄	昭62.5
No.56	「私の半導体研究」 東北大学教授　西澤潤一	昭63.1
No.57	「生物学者の科学的責任」 コレージュ・ド・フランス名誉教授　ジャン・ドーセ	昭63.4
No.58	「最近の宇宙論をめぐって」 上智大学教授　柳瀬睦男	昭63.3
No.59	「科学・技術研究の国際的規模：その展望と考察」 ローマ大学教授　パオロ・マリア・ファゼラ	平1.7
No.60	「温室効果による地球環境の変動と対策」 中央大学理工学部教授　安藤淳平	平1.9
No.61	「組織の進化論」—企業及び軍事組織における進化— 一橋大学商学部教授　野中郁次郎	平2.3
No.62	「ファジー理論の誕生と進化」 カリフォルニア大学バークレー校教授　ロトフィ・アスカ・ザデー	平2.9
No.63	「遷都問題について」 通産省工業技術院　国際研究協力課長　八幡和郎	平2.12
No.64	「クリーンエネルギーとしての水素利用」 東海大学工学部　応用物理学科教授　内田裕久	平2.12
No.65	「地価インデックス債による土地問題の解決」 一橋大学経済学部教授　野口悠紀雄	平3.1
No.66	「"宇宙のひとかけら"としての人間の視座」 松下技研㈱主幹研究員　佐治晴夫	平3.4
No.67	「建築と自然」 シュツッツガルト大学軽量建築研究所教授　フライ・オットー	平3.5
No.68	「先端科学技術と経済成長」 東京大学　先端科学技術研究センター教授　竹内　啓	平3.7
No.69	「自然界におけるゆらぎ，フラクタルおよび秩序」 東京大学理学部教授　鈴木増雄	平3.9
No.70	「エコ・テクノロジーと飢餓の克服」 国際マングローブ生態系協会会長　M.S.スワミナタン	平4.4
No.71	「開放型の情報技術」 明治大学教授　西垣　通	平4.5
No.72	「地球環境問題と日本の役割」 三菱化成生命科学研究所室長　米本昌平	平4.9
No.73	「冷戦後の日米関係」 日本経済新聞社国際第一部長　小島　明	平4.10
No.74	「エネルギー技術の動向」 東京大学工学部教授　茅　陽一	平5.6
No.75	「シナジェティックス：自然と人類における協同と自己組織化について」 シュツッツガルト大学教授　ヘルマン・ハーケン	平5.6
No.76	「見捨てられる東京」 東京大学工学部教授　月尾嘉男	平6.1
No.77	「生物の多様性と新しい微生物学」 日本海洋科学技術センター Deep Star プロジェクトリーダー 東洋大学工学部教授　掘越弘毅	平6.3
No.78	「これからの暮らしと経済」 元経済企画庁長官・経済評論家　高原須美子	平6.9
No.79	「フラクタル，認識と印象の統合」 エール大学教授，IBM名誉フェロー　ブノワ・B・マンデルブロー	平7.7